

Alcuni esercizi per la preparazione dell'esame.

1. Calcolare la trasformata di Fourier $\hat{f}(u)$ di $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+4x+5}$ per $u > 0$.
2. Calcolare la trasformata di Fourier $\hat{f}(u)$ di $f(x) = \frac{1}{x^2-3ix-2}$ per $u < 0$.
3. Calcolare i coefficienti di Fourier $\hat{\varphi}(n)$ della funzione $\varphi: [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \rightarrow \mathbb{C}$:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 - 4|x| & \text{se } |x| \leq \frac{1}{4} \\ 0 & \text{se } \frac{1}{4} \leq |x| \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Sia poi $T: L^2[0, 1] \rightarrow L^2[0, 1]$ definito come $Tf = \varphi * f$.

Scrivere esplicitamente l'integrale che definisce T .

Cosa possiamo dire su $\|T(f)\|_{L^2}$ in termini di $\|f\|_{L^2}$?

Come si calcola $T(f)^\wedge(n)$?